Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas
Abril–Julio 2007

Nombre: ______________________________

Carné: ________________ Sección: _____

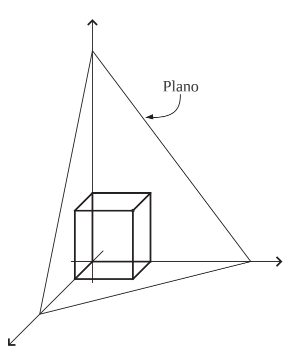
1er Parcial de MA2112. Tipo C

1. (13 ptos.) Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^4+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$
   (a) ¿Es f continua en $(0,0)$?
   (b) ¿Existen las derivadas parciales de f en $(0,0)$? Calcular las que existan.
   (c) ¿Es la función diferenciable en $(0,0)$?

2. (12 ptos.) Sea $h(x,y) = \frac{1}{v(x,y)} f(u(x,y) - v(x,y), v(x,y))$, donde $v(x,y) = x + y^2$, $u : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ es diferenciable y $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ también es diferenciable.
   (a) Decir, justificando su respuesta, si h es diferenciable en $(1,-1)$.
   (b) Sabiendo que $\nabla h(1,-1) = (2,-1)$, $u(1,-1) = 2$, $f(0,2) = 4$, $\nabla f(0,2) = (-1,3)$, calcular $\nabla u(1,-1)$.

3. (12 ptos.) Sea T el plano tangente a la superficie de nivel de $\phi(x,y,z) = x\ln(z) + y^2$ en el punto $(1,1,1)$. Hallar las ecuaciones de los planos tangentes a la gráfica de $f(x,y) = x^2 y - 2\,y^2 x + 25\,y$ que son paralelos a T.

4. (13 ptos.) Para cada punto (x,y,z) que este en el plano de ecuación $6\,x + 4\,y + 3\,z = 24$ y en el primer octante, hay una caja cuyas caras son rectangulares y paralelas a alguno de los planos xy, yz o xz, y que tiene en $(0,0,0)$ y (x,y,z) vértices opuestos, ver figura. Hallar cual es el volumen máximo que estas cajas pueden tener.



(Justifique todas sus respuestas)